

Enseñanza de Funciones Trigonométricas utilizando el Aprendizaje Basado en el Pensamiento en estudiantes de 4° de ESO

Teaching Trigonometric Functions Using Thinking-Based Learning to 4th Year ESO Students

Amed Cadalso Fernández¹

E-mail: amedcadalso1989@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-2565-6862>

¹ La Paz Community School, Costa Rica.

Forma de citación en APA, séptima edición.

Cadalso, A. (2025). Enseñanza de Funciones Trigonométricas utilizando el Aprendizaje Basado en el Pensamiento en estudiantes de 4° de ESO. *Revista Nova Praxis*, 1(2), 86-115.

Fecha de presentación: 25/07/2025

Fecha de aceptación: 07/09/2025

Fecha de publicación: 03/10/2025

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo diseñar un plan de intervención que emplea la metodología del Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) para optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones trigonométricas en estudiantes de 4° de la ESO, centrándose en el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo. Tras una exhaustiva revisión de la literatura y el contexto de intervención, se elaboró un plan educativo que fomenta habilidades cognitivas superiores mediante actividades que estimulan el análisis profundo, la reflexión y la aplicación práctica de conceptos trigonométricos. Se planificaron siete de actividades, iniciando con la que corresponde a una diagnosis sobre el conocimiento que posee los estudiantes de las funciones trigonométrica, seguido del uso del TBL y en el resto las referidas al manejo en el aula de herramientas tecnológicas y metodologías tales como el Aprendizaje Cooperativo, el Aprendizaje Basado en Problemas y el Aprendizaje Basado en Proyectos, promoviendo un aprendizaje activo y significativo, finalmente una prueba sumativa al concluir todo el proceso. Los resultados estarían mostrando una mejora notable en la capacidad de los estudiantes para resolver problemas complejos y aplicar conceptos trigonométricos de manera efectiva. La implementación de estas estrategias bajo el enfoque TBL no solo potencia el aprendizaje significativo y rendimiento académico de los estudiantes en los contenidos matemáticos, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentar futuros desafíos con habilidades críticas, creativas, analíticas y resolutivas avanzadas, evidenciando que el enfoque TBL es altamente eficaz.

Palabras clave: aprendizaje Basado en el Pensamiento, Funciones Trigonométricas, Metodologías Activas.

ABSTRACT

This article aims to design an intervention plan that uses the Thinking-Based Learning (TBL) methodology to optimize the teaching-learning process of trigonometric functions in 4th-year secondary school students, focusing on the development of critical and reflective thinking. After an exhaustive review of the literature and the intervention context, an educational plan was developed that fosters higher cognitive skills through activities that stimulate deep analysis, reflection and practical application of trigonometric concepts. Seven activities were planned, starting with a diagnosis of the students' knowledge of trigonometric functions, followed using the TBL and the rest of the activities referring to the classroom management of technological tools and methodologies such as Cooperative Learning, Problem-Based Learning and Project-Based Learning, promoting active and meaningful learning, and finally a summative test at the end of the whole process. The results would show a remarkable improvement in the students' ability to solve complex problems and apply trigonometric concepts effectively. The implementation of these strategies under the TBL approach not only enhances students' meaningful learning and academic performance in mathematical content but also prepares students to face future challenges with advanced critical, creative, analytical and problem-solving skills, demonstrating that the TBL approach is highly effective.

Keywords: thinking-Based Learning, Trigonometric Functions, Active Methodologies.

INTRODUCCIÓN

Este artículo se enfoca en la enseñanza de los contenidos de funciones trigonométricas utilizando la metodología del Aprendizaje Basado en el Pensamiento o Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL por sus siglas en inglés) en los estudiantes de 4º de la ESO. El objetivo principal es transformar la manera en que los estudiantes comprenden y aplican este contenido matemático, sustituyendo la memorización de fórmulas por un proceso más profundo de razonamiento. Se busca que los alumnos desarrollen un pensamiento crítico y analítico que les permita ver la trigonometría no solo como un conjunto de reglas abstractas, sino como una herramienta útil para resolver situaciones complejas. El enfoque del TBL ayuda precisamente a ello, a fomentar la toma de decisiones, el pensamiento estructurado, la capacidad de relacionar conceptos y la resolución de problemas.

Según Swartz (2018), la metodología de Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) permite a los estudiantes desarrollar competencias clave en matemáticas al enfocarse en el razonamiento profundo. Este enfoque ayuda a comprender el por qué detrás de los conceptos, permitiéndoles una mayor capacidad para aplicar el conocimiento en situaciones hipotéticas o reales. Coincidiendo con lo anterior, Lipman (2008) destaca que el TBL fomenta habilidades como la toma de decisiones, la conceptualización y el análisis crítico, elementos esenciales en la enseñanza de las matemáticas. Ambos autores concuerdan en que el uso de esta metodología otorga un carácter activo en el aprendizaje, haciendo que los estudiantes sean capaces de enfrentar problemas matemáticos complejos con estrategias bien fundamentadas, aspecto que es crucial en el aprendizaje de las funciones trigonométricas.

Por ello, el uso del TBL en este proyecto será una herramienta clave para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en matemáticas. Esta metodología permitirá que los estudiantes interactúen de manera más dinámica y crítica con los contenidos de las funciones trigonométricas, fomentando su aplicación no solo en el aula sino también en situaciones reales (Acuña, 2023). Al abordar problemas que requieren el uso de funciones trigonométricas, los estudiantes aprenderán a ver las relaciones entre ángulos y longitudes de manera aplicada, desarrollando un pensamiento lógico-matemático. En tal sentido, los objetivos de este trabajo incluyen que los estudiantes mejoren su comprensión de las funciones trigonométricas, así como su capacidad para resolver problemas relacionados con ese contenido y para hacer conexiones entre estos conceptos y situaciones de la vida real.

De acuerdo con Perkins (2008), el Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) fomenta una comprensión profunda al enseñar a los estudiantes a pensar de manera estructurada y reflexiva sobre los contenidos. Para la enseñanza de las funciones trigonométricas lo anterior se vuelve importante, ya que se trata de un tema abstracto que puede ser difícil de comprender sin un enfoque que promueva el razonamiento crítico. Incorporar el TBL en este contexto permite que los estudiantes no solo memoricen las fórmulas, sino que también entiendan el trasfondo matemático y las relaciones que existen entre los ángulos y las longitudes en triángulos. Perkins (2008) subraya que el TBL transforma la interacción de los estudiantes con los contenidos, ya que los obliga a explorar, justificar y aplicar el conocimiento en diferentes contextos, asegurando el aprendizaje significativo en el área matemática.

La enseñanza de las funciones trigonométricas mediante el Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL, por sus siglas en inglés) constituye una innovación en la didáctica matemática, ya que se enfoca en desarrollar el pensamiento crítico, creativo y reflexivo de los estudiantes, superando los enfoques tradicionales centrados en la memorización (Swartz et al., 2008; Swartz, 2018). Este enfoque es especialmente relevante en el contexto de las funciones

trigonométricas, un tema que, según Ariza y Echavarría (2019) y Arriaga et al. (2020), requiere mayor exploración metodológica para facilitar el aprendizaje significativo. Además, el TBL responde a los principios pedagógicos promovidos en normativas como la Ley Orgánica 3/2020 en España, que fomenta metodologías activas centradas en el alumno y la atención a la diversidad, alineándose con el objetivo de formar estudiantes competentes en resolver problemas reales.

En este sentido, el marco educativo de Costa Rica, establecido por la Ley Fundamental de Educación, también justifica el uso del TBL para abordar la enseñanza de las funciones trigonométricas, asegurando una formación inclusiva y adaptada al contexto cultural (Ministerio de Educación Pública, Costa Rica). Al incorporar la resolución de problemas y el razonamiento lógico, esta metodología no solo mejora la comprensión de conceptos matemáticos, sino que también fortalece habilidades clave como la justificación y la aplicación de conocimientos en contextos variados (Acuña, 2023). Por ello, el TBL representa una estrategia integral para formar estudiantes con competencias relevantes tanto en su trayectoria académica como en su vida profesional.

La enseñanza de las funciones trigonométricas presenta varias dificultades que han sido explicadas por diversos autores. Según Fera (2019), uno de los principales desafíos radica en el carácter abstracto de este contenido. Los estudiantes suelen tener problemas para relacionar las definiciones trigonométricas con situaciones reales, lo que dificulta su comprensión. Además, la naturaleza simbólica de las funciones, como el seno, coseno y tangente, junto con su representación gráfica, genera confusión al no haber una vinculación clara entre los conceptos teóricos y su aplicación práctica. Lo anterior requiere que, en lugar de que los estudiantes memoricen fórmulas y procedimientos, comiencen a desarrollar una profunda comprensión de las funciones trigonométricas, generando así su capacidad para resolver problemas que consideren este tipo de funciones (Barbán, 2013).

Por otro lado, Velásquez (2022) señala que los estudiantes encuentran particularmente difícil el uso de los ángulos y las medidas en el sistema circular, lo que complica la comprensión de las funciones trigonométricas en el contexto del ciclo unitario. Este autor destaca que la enseñanza tradicional muchas veces no aborda las conexiones entre el aprendizaje de las funciones trigonométricas y su aplicación en la resolución de problemas geométricos y físicos, lo que limita la capacidad de los estudiantes para visualizar cómo se pueden utilizar las funciones trigonométricas en la vida cotidiana. Por ello, se necesitan estrategias pedagógicas que fomenten la reflexión y la resolución de problemas críticos en torno a las funciones trigonométricas, en tanto, ello favorece que los estudiantes integren los conceptos en su comprensión general (Tajudin, 2019).

Socas (1997) destaca las dificultades que transitan los estudiantes de Secundaria en el uso de símbolos, signos, el vocabulario y lenguaje matemático apropiados. Los estudiantes a menudo enfrentan confusión al interpretar correctamente los símbolos (como $\sin$, $\cos$, $\tan$) y al aplicar las convenciones del lenguaje matemático, lo que les impide resolver problemas con fluidez. A este fenómeno contribuye, por una parte, las competencias docentes, y, por otro lado, la falta de un currículo desarrollado desde un enfoque actualizado y adecuado a las necesidades e intereses de los estudiantes. Una solución desde el Aprendizaje Basado en el Pensamiento sería diseñar actividades que involucren la conceptualización y la explicación causal. Esto permitiría a los estudiantes conectar los símbolos con su significado contextual y reforzar la comprensión de los conceptos trigonométricos, promoviendo una reflexión profunda sobre su uso (Swartz, 2018).

Por otro lado, las transiciones entre los diferentes sistemas de representación, como las gráficas, ecuaciones y expresiones numéricas, se convierten en un obstáculo cuando no están

adecuadamente integradas. Esta cuestión suele manifestarse en la enseñanza de las funciones trigonométricas, donde los alumnos pueden tener dificultades al traducir un concepto desde una ecuación a una gráfica, o viceversa. Por lo general, los programas curriculares en matemáticas mantienen un enfoque basado en la memorización y la repetición de procedimientos, sin conectar los conceptos matemáticos con situaciones de la vida real (Meza et al., 2023). Desde la perspectiva del TBL, se puede abordar este problema al integrar actividades que promuevan la comparación y clasificación, ayudando a los estudiantes a conectar los diferentes sistemas de representación de forma más coherente y significativa (Swartz, 2018).

También, se encuentran estudiantes a los que se les obstaculiza realizar procesos deductivos lógicos y formales, así como demostraciones y procesos fáciles de seguir en las resoluciones correspondientes a la trigonometría (Chavarría, 2014). Estas dificultades pueden afectar significativamente el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas (Aguilar et al., 2015), ya que los alumnos carecen de claridad a la hora de desarrollar los pasos lógicos relacionando los conceptos teóricos con la práctica. Desde el enfoque del Aprendizaje Basado en el Pensamiento, se propone implementar la técnica de secuenciación y explicación causal, permitiendo que los alumnos desglosen los procedimientos en partes manejables y desarrollen razonamientos más claros y estructurados, mejorando así la comprensión de los conceptos matemáticos (Vidal, 2018).

La falta de énfasis en el pensamiento matemático eficaz limita la capacidad de los estudiantes para aplicar sus conocimientos en nuevos contextos y abordar problemas complejos de manera efectiva (Delima et al., 2018). En el estudio de las funciones trigonométricas, los estudiantes suelen tener dificultades para transferir conocimientos y aplicar conceptos en situaciones nuevas, lo que limita su capacidad de resolver problemas complejos. Este problema se manifiesta en la incapacidad para conectar las relaciones trigonométricas con problemas aplicados o gráficos. Desde el enfoque TBL, se fomenta el pensamiento crítico y la toma de decisiones, permitiendo a los alumnos desglosar problemas en pasos lógicos y aplicar las relaciones trigonométricas en contextos prácticos, como la interpretación de fenómenos físicos o la resolución de ecuaciones en distintos formatos (Purnomo et al., 2021).

Además, los enfoques tradicionales a menudo no consideran la diversidad de estilos de aprendizaje y ritmos de desarrollo entre los estudiantes, provocando ansiedad matemática, que es otro problema frecuente. En el caso específico de la enseñanza de las funciones trigonométricas, la didáctica suele ser lineal y homogénea, lo que dificulta el aprendizaje de estudiantes con diferentes estilos y ritmos de desarrollo. Esto crea brechas en la comprensión, ya que algunos alumnos no reciben el apoyo necesario para procesar conceptos complejos, como las relaciones entre ángulos y sus razones. El enfoque TBL ofrece una solución al personalizar el aprendizaje, fomentando el pensamiento crítico y colaborativo, permitiendo que cada estudiante avance a su ritmo mientras trabaja en contextos aplicados y reales (Arriaga et al., 2020).

En los programas del Bachillerato Internacional (BI), como el Programa de los Años Intermedios, el enfoque en la enseñanza de las funciones trigonométricas puede presentar dificultades similares a los descritos, pero con el reto añadido de integrar la perspectiva global y la interdisciplinariedad. En ocasiones, las estrategias tradicionales de enseñanza no logran involucrar a los estudiantes en la aplicación práctica de las funciones trigonométricas. A menudo, la abstracción de los conceptos y su vinculación con problemas del mundo real no se aborda de manera efectiva. Para solucionar este problema, el TBL proporciona a los estudiantes la oportunidad de interactuar de manera más activa con el contenido, al contextualizar las funciones

trigonométricas dentro de situaciones de la vida cotidiana y estimular la resolución de problemas de forma colaborativa y crítica (Barbán, 2013).

Algunos centros educativos se encuentran imposibilitados para crear entornos inclusivos y de apoyo en el aula. Además, sigue siendo una deuda la integración de herramientas tecnológicas y recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas con el propósito de personalizar el aprendizaje, ofrecer retroalimentación inmediata y motivar a los estudiantes a través de experiencias interactivas (Elizondo, 2017; Martí, 2022).

Esta falta de enfoque innovador y centrado en el desarrollo de habilidades matemáticas puede contribuir a la ineficacia del currículo en matemáticas y a la falta de adaptación a las necesidades individuales de los estudiantes. Para abordar estas limitaciones, es crucial actualizar los currículos educativos, proporcionar recursos suficientes y promover enfoques como el Aprendizaje Basado en el Pensamiento. Este método fomenta la comprensión profunda de los conceptos trigonométricos, facilitando su aplicación en situaciones prácticas y mejorando la capacidad de los estudiantes para conectar estos conocimientos con otros ámbitos de estudio.

Finalmente, para afrontar los desafíos relacionados con el estudio de la trigonometría en estudiantes de 4º de la ESO, se presenta una estrategia basada en el TBL. Esta metodología activa fomenta la interacción de los estudiantes con los conceptos vinculados a las funciones trigonométricas, logrando así un entendimiento más profundo y significativo. Este enfoque permite a los estudiantes explorar estos contenidos de manera colaborativa y creativa, participar en la construcción de los conceptos y estrategias de resolución de problemas, indagar y tomar decisiones llevando a cabo pasos lógicos que permitan el logro de resultados exactos y correctos. Desde esta perspectiva, se busca estimular el aprendizaje, promoviendo la motivación y la claridad conceptual mediante experiencias enriquecedoras que integren metodologías activas, y de forma específica, el Aprendizaje Basado en el Pensamiento.

En este sentido el objetivo de este artículo se centra en diseñar una propuesta de intervención didáctica utilizando la metodología Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) para trabajar los contenidos de las funciones trigonométricas en los estudiantes de 4º de la ESO.

METODOLOGÍA

La presente investigación se desarrolló bajo un diseño cualitativo de carácter didáctico-aplicativo, orientado a la elaboración de una propuesta de intervención en el aula. La metodología se fundamentó en el Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL, Thinking Based Learning), la cual promueve que los estudiantes no solo adquieran contenidos, sino que desarrollen habilidades de razonamiento crítico y metacognitivo. La población objetivo estuvo conformada por estudiantes de 4º de la ESO, y el foco del trabajo se centró en los contenidos de funciones trigonométricas.

Para el desarrollo de la propuesta se concibieron las fases del Aprendizaje Basado en el Pensamiento que se siguen para desarrollar y aplicar habilidades de pensamiento crítico. Esto se considera la principal ruta metodológica de la propuesta

- a) Activación del pensamiento previo: Su objetivo es identificar y conectar los conocimientos previos de los estudiantes con el nuevo contenido para crear una base sólida para el aprendizaje.
- b) Presentación del contenido: Busca introducir el contenido curricular de manera que fomente la comprensión inicial y su relación con habilidades de pensamiento específicas.

- c) Enseñanza explícita de destrezas de pensamiento: Pretende enseñar a los estudiantes habilidades como comparar, analizar o tomar decisiones, para aplicarlas al contenido.
- d) Aplicación del pensamiento a los contenidos: Tiene como meta integrar las destrezas de pensamiento aprendidas en la resolución de problemas o actividades relacionadas con el contenido.
- e) Metacognición: Invita a los estudiantes a reflexionar sobre su proceso de aprendizaje y las herramientas cognitivas utilizadas, promoviendo la autorregulación.

Para maximizar el impacto del Aprendizaje Basado en el Pensamiento en el aula, facilitando un entorno de aprendizaje activo y reflexivo, el docente deberá considerar además las siguientes orientaciones metodológicas:

- Activación de conocimientos previos: Repasar los contenidos abordados con anterioridad indicando la relación con el contenido nuevo, de manera que se pueda favorecer a un aprendizaje significativo.
- Uso interactivo de la pizarra: Utilizar la pizarra para anotar ideas y procesos de pensamiento, no solo resultados finales.
- Distribución en grupos: Organizar el aula en grupos o en forma de U para facilitar la colaboración y el diálogo entre estudiantes.
- Tareas desafiantes: Asignar tareas que fomenten la investigación, el análisis crítico y la aplicación de conceptos en contextos nuevos.
- Integración de tecnología: Propiciar el uso de recursos tecnológicos para enriquecer el aprendizaje, facilitando la exploración y visualización de problemas.
- Roles en el trabajo en equipo: Definir roles específicos en el trabajo en grupo, rotando responsabilidades para desarrollar diversas habilidades.
- Preguntas guía abiertas: Emplear preguntas abiertas que estimulen el pensamiento crítico y guíen hacia una comprensión más profunda.
- Andamiaje estratégico: Proporcionar ejemplos y pistas que apoyen el desarrollo de respuestas, fomentando la autonomía del estudiante.
- Reflexión metacognitiva: Dedicar tiempo al final de cada clase para que los estudiantes reflexionen sobre su aprendizaje y estrategias utilizadas para llegar a este.
- Proyectos interdisciplinarios: Colaborar con otros docentes para integrar contenidos de distintas materias en proyectos conjuntos.
- Evaluación formativa continua: Realizar evaluaciones que valoren el proceso de pensamiento crítico, incluyendo autoevaluaciones y coevaluaciones.

RESULTADOS

Los resultados de este artículo se centran esencialmente en la propuesta de intervención didáctica basada en la metodología Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) para abordar las funciones trigonométricas en estudiantes de 4º de la ESO, la cual está dirigida a docentes y coordinadores académicos del Bachillerato Internacional y busca que adapten las estrategias a las necesidades específicas de sus estudiantes. Los beneficiarios directos serán los alumnos, quienes mejorarán su comprensión mediante una metodología que fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas. De esta manera, la propuesta incluye evaluación formativa y lineamientos metodológicos para garantizar su implementación efectiva, con el objetivo de mejorar el rendimiento académico y desarrollar competencias clave para el siglo XXI.

A continuación, se presentan los objetivos didácticos que se desarrollarán en la propuesta:

Tabla 1. Objetivos Didácticos

No. Objetivo	Código	Descripción del objetivo
1	OD1	Comprender el concepto de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente en el contexto de un triángulo rectángulo.
2	OD2	Comprender y aplicar las identidades fundamentales entre las funciones trigonométricas.
3	OD3	Comprender la diferencia entre la medición de ángulos en grados y en radianes.
4	OD4	Aplicar las funciones trigonométricas para resolver triángulos en situaciones reales.
5	OD5	Comprender y representar gráficamente las funciones seno, coseno y tangente en el plano cartesiano.
6	OD6	Comprender las relaciones entre los ángulos y los lados de un triángulo rectángulo, incluyendo las funciones trigonométricas (seno, coseno y tangente).
7	OD7	Comprender cómo las funciones trigonométricas (seno, coseno y tangente) modelan fenómenos periódicos.

Los contenidos claves permiten alcanzar objetivos didácticos que se describen en la Tabla 1. Su integración didáctica responde al marco curricular para asegurar un aprendizaje progresivo y significativo de las funciones trigonométricas, promoviendo tanto el razonamiento matemático como la resolución de problemas en diferentes contextos.

Tabla 2. Contenidos Clave y Contenidos Curriculares

Código Curricular	Código de Objetivo Didáctico	Contenidos Clave	Contenidos Curriculares
CC1.	OD1	Funciones Trigonométricas	Definición de seno, coseno y tangente de un ángulo en un triángulo rectángulo.
CC2.	OD2	Identidades trigonométricas	Identidades fundamentales: relaciones entre seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.
CC3.	OD3	Ángulos y triángulos	Medición de ángulos en grados y radianes
CC4.	OD4	Resolución de triángulos	Aplicación de funciones trigonométricas en la resolución de triángulos
CC5.	OD5	Representación gráfica	Representación de las funciones seno, coseno y tangente en el plano cartesiano.
CC6.	OD6	Relaciones trigonométricas	Relaciones entre los lados y ángulos de triángulos rectángulos
CC7.	OD7	Aplicaciones trigonometría	de Uso de las funciones trigonométricas en la modelización de fenómenos periódicos en la física, la ingeniería y la vida cotidiana.

Las competencias que se tendrán en cuenta son:

- Competencia en Comunicación Lingüística (**CCL**)
- Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (**CMCCT**).

- c) Competencia digital **(CD)**.
- d) Competencia personal, social y de aprender a aprender **(CPSAA)**.

Tabla 1. *Competencias específicas y criterios de evaluación*

Competencias clave	Codificación	Competencias Específicas (CE)	Criterios de Evaluación
CCL	CE5	Interpretar y transmitir información y datos científicos, contrastando previamente su veracidad y utilizando lenguaje verbal o gráfico apropiado, para adquirir y afianzar conocimientos del entorno natural, social y profesional.	5.1 Organizar y comunicar información científica y matemática de forma clara y rigurosa de manera verbal, gráfica, numérica, etc. utilizando el formato más adecuado (CEV5.1). 5.2 Analizar e interpretar información científica y matemática presente en la vida cotidiana manteniendo una actitud crítica (CEV5.2). 5.3 Emplear y citar de forma adecuada fuentes fiables, seleccionando la información científica relevante en la consulta y creación de contenidos, y mejorando el aprendizaje propio y colectivo (CEV5.3).
CMCCT CD	CE2	Interpretar y modelizar en términos científicos problemas y situaciones de la vida cotidiana y profesional, aplicando diferentes estrategias, formas de razonamiento, herramientas tecnológicas y el pensamiento computacional, para hallar y analizar soluciones comprobando su validez.	2.1 Elaborar representaciones que ayuden en la búsqueda de estrategias de resolución de una situación problematizada, organizando los datos y comprendiendo las preguntas formuladas (CEV2.1). 2.2 Hallar las soluciones de un problema utilizando los datos e información aportados, los propios conocimientos, y las estrategias y herramientas apropiadas (CEV2.2). 2.3 Comprobar la corrección de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado (CEV2.3). 2.4 Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la representación, la resolución de problemas y la comprobación de las soluciones (CEV2.4).
CPSAA	CE3	Utilizar los métodos científicos, haciendo indagaciones y llevando a cabo proyectos, para desarrollar los razonamientos propios del pensamiento científico y mejorar las	3.1 Plantear preguntas e hipótesis que puedan ser respondidas o contrastadas utilizando los métodos científicos, la observación, la información y el razonamiento, explicando fenómenos naturales y

		destrezas en el uso de las metodologías científicas.	realizando predicciones sobre estos (CEV3.1) . 3.3 Interpretar los resultados obtenidos en proyectos de investigación, utilizando el razonamiento y, cuando sea necesario, herramientas matemáticas y tecnológicas (CEV3.3) .
CMCCT	CE6	Identificar las ciencias y las matemáticas implicadas en contextos diversos, interrelacionando conceptos y procedimientos, para aplicarlos en situaciones de la vida cotidiana y del ámbito profesional correspondiente.	6.1 Aplicar procedimientos propios de las ciencias y las matemáticas en situaciones diversas estableciendo conexiones entre distintas áreas de conocimiento en contextos naturales, sociales y profesionales (CEV6.1) .
CPSAA	CE7	Desarrollar destrezas personales identificando y gestionando emociones, poniendo en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose ante situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia en la consecución de objetivos y la valoración del aprendizaje de las ciencias.	7.1 Mostrar resiliencia ante los retos académicos asumiendo el error como una oportunidad para la mejora y desarrollando un autoconcepto positivo ante las ciencias (CEV7.1) .
CPSAA CD	CE8	Desarrollar destrezas sociales y trabajar de forma colaborativa en equipos diversos con roles asignados que permitan potenciar el crecimiento entre iguales, valorando la importancia de romper los estereotipos de género en la investigación científica, para el emprendimiento personal y laboral.	8.1 Asumir responsablemente una función concreta dentro de un proyecto científico, utilizando espacios virtuales cuando sea necesario, aportando valor, analizando críticamente las contribuciones del resto del equipo, respetando la diversidad y favoreciendo la inclusión (CEV8.1) . 8.2 Empezar, de forma guiada y de acuerdo a la metodología adecuada, proyectos científicos colaborativos orientados a la mejora y a la creación de valor en la sociedad (CEV8.2) .

Recursos para la propuesta

En las actividades de enseñanza de funciones trigonométricas utilizando el Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) y la metodología de trabajo por proyectos, los recursos empleados pueden clasificarse en tres categorías: tecnológicos, manipulativos y gráficos/visuales. Los recursos tecnológicos, como Padlet y aplicaciones de simulación matemática como GeoGebra, permiten a los estudiantes interactuar con gráficos dinámicos, modelar funciones trigonométricas y visualizar fenómenos periódicos en tiempo real, fomentando la predicción y la relación entre conceptos abstractos y su representación gráfica.

Los recursos manipulativos, como reglas, calculadora, y modelos físicos de triángulos, son esenciales para las actividades donde se exploran las relaciones entre los lados y ángulos de triángulos rectangulares. Estos permiten a los estudiantes medir ángulos y lados de manera concreta, lo que ayuda a entender la aplicación de las funciones seno, coseno y tangente de manera tangible. Además, estos recursos facilitan la experimentación directa y la conexión entre la teoría y el entorno físico.

Finalmente, los recursos gráficos y visuales, como gráficos en papel milimétrico o presentaciones visuales, juegan un papel importante porque ayudan a los estudiantes a visualizar el comportamiento de las funciones y su relación con fenómenos reales, como la oscilación de un péndulo o la corriente alterna. Esta categoría de recursos fomenta el análisis visual y refuerza las destrezas de pensamiento, como la clasificación y la predicción.

Tabla 4. Recursos propuestos para el trabajo de intervención

Recursos	Ejemplos	Función en las actividades
Recursos humanos	Docentes, estudiantes, y personal de apoyo pedagógico.	Facilitación del aprendizaje, guía en el uso de herramientas y resolución de dudas. Los docentes diseñan y supervisan las actividades, mientras que los estudiantes colaboran y participan activamente.
Recursos materiales	Reglas, calculadoras científicas, modelos físicos de triángulos, papel milimétrico.	Permite explorar de manera tangible las relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos y realizar mediciones concretas para conectar conceptos teóricos con aplicaciones prácticas.
Recursos Espaciales	Aulas equipadas.	Provee el entorno físico necesario para llevar a cabo actividades colaborativas, experimentales y visuales que fomentan la comprensión de las funciones trigonométricas.
Recursos Tecnológicos	Software de simulación (GeoGebra), herramientas colaborativas en línea (Padlet), presentaciones digitales, proyectores.	Facilitan la representación gráfica dinámica y la interacción con funciones trigonométricas. Permiten a los estudiantes visualizar patrones, realizar simulaciones y colaborar en tiempo real.
Recursos gráficos y visuales	Gráficos en papel, diagramas impresos de triángulos, presentaciones visuales, pizarras.	Ayudan en la representación y análisis visual de las funciones trigonométricas. Refuerzan conceptos mediante esquemas claros que conectan los datos numéricos con sus representaciones gráficas.

Actividades

Tabla 5. Actividad 0

Título de la actividad	Diagnóstico inicial sobre funciones trigonométricas.
Objetivo	Diagnosticar los conocimientos previos y habilidades relacionadas con las funciones trigonométricas de los estudiantes.
Sesión y duración	Agrupamiento
1 sesión de 50 minutos	Individual
Procedimiento de la actividad:	
El docente	El docente explica brevemente el propósito del diagnóstico y cómo se utilizarán los resultados. Se entrega el cuestionario de 8 ítems que incluye preguntas de opción múltiple y ejercicios de resolución directa.

	Cuando los estudiantes terminan de contestar el examen diagnóstico, el docente procede a contestar cada uno de los ítems con el apoyo de los alumnos. Se reflexiona acerca de las principales dificultades y problemas que enfrentaron los alumnos.
El alumno	Los estudiantes responden de forma individual el cuestionario. Una vez finalizado el cuestionario, participan de la revisión colectiva del cuestionario, así como de momento de reflexión sobre los procedimientos llevados a cabo.

Tabla 6. Actividad 1

Título de la actividad	Qué son las destrezas del pensamiento.
Objetivo didáctico	Comprender y aplicar destrezas de pensamiento en el desarrollo de alguna materia.
Contenido	Resolución de problemas: Identificación y análisis de problemas locales. Toma de decisiones: Evaluación de diferentes soluciones. Comparar y contrastar: Análisis de ventajas y desventajas de las soluciones propuestas. Clasificación: Organización de información y soluciones. Relaciones causales: Comprensión de cómo las soluciones afectan el problema. Predicción: Anticipación de resultados de las soluciones propuestas.
Sesión y duración	Agrupamiento
1 sesión de 50 minutos	Equipos de 4-5 estudiantes.
1. Procedimiento de la actividad:	
El docente	Activación de conocimientos previos: Presentación el contenido y enseñanza de las destrezas del pensamiento: El docente introduce el concepto de Aprendizaje Basado en el Pensamiento (ABP) y su importancia en el desarrollo de destrezas de pensamiento crítico, especialmente en el contexto de problemas matemáticos. A través de preguntas y ejemplos concretos, se busca que los estudiantes comprendan cómo aplicar el pensamiento crítico a situaciones reales. Explica que el Aprendizaje Basado en el Pensamiento se centra en desarrollar habilidades de pensamiento crítico y analítico. Se enfatiza que estas habilidades son esenciales para resolver problemas matemáticos y tomar decisiones informadas. El docente propone preguntas para reflexionar: • ¿Cómo podemos usar las matemáticas para entender mejor los problemas que enfrentamos en nuestra comunidad? • ¿Qué tipo de información necesitamos para tomar decisiones basadas en datos? • ¿Cómo podemos evaluar la efectividad de nuestras soluciones? El docente presenta ejemplos de problemas que pueden ser analizados matemáticamente, tales como: • Consumo de agua: "Si una familia consume 200 litros de agua al día, ¿cuánto consumirá en un mes? ¿Qué estrategias podríamos implementar para reducir este consumo?" • Presupuesto familiar: "Si una familia tiene un ingreso mensual de 3000y gasta 2500, ¿cuánto les queda al final del mes? ¿Cómo podrían ajustar su presupuesto para ahorrar más?" • Transporte público: "Si un autobús tiene una capacidad de 50 pasajeros y realiza 10 viajes al día, ¿cuántas personas puede

transportar en total? ¿Cómo podemos optimizar el uso del transporte público?"

Seguidamente, el docente encauza la clase de forma tal que se vayan trabajando las distintas destrezas del pensamiento.

Resolución del problemas:

El docente fomenta una lluvia de ideas donde los alumnos proponen problemas matemáticos que les gustaría abordar. Se les anima a pensar en situaciones cotidianas o comunitarias que puedan ser resueltas con matemáticas.

Toma de decisiones, clasificación, comparar y contrastar, relación causa, predicción:

Seguidamente, el docente divide el salón en equipos para realizar actividades que implique la toma de decisiones y otras destrezas del pensamiento, para ello, propone que los alumnos clasifiquen los problemas identificados según su impacto (alto, medio, bajo), dificultad (fácil, moderado, difícil) y recursos disponibles (tiempo, materiales, apoyo comunitario). Esto les permitirá priorizar el problema que desean resolver y decidir cuál desean abordar por equipo. El docente guía a los equipos en la creación de una lista de posibles soluciones matemáticas para el problema elegido. Se fomenta la comparación y el contraste de ideas. El docente orienta a los estudiantes en la predicción de los posibles resultados de cada solución y su implementación. Finalmente, fomenta la discusión en los grupos para explorar las relaciones causales entre el problema y las soluciones propuestas. Ejemplos de preguntas para guiar la discusión incluyen:

¿Cómo afecta el consumo de agua al medio ambiente? ¿Qué relación hay entre el presupuesto familiar y la calidad de vida?"

¿Qué impacto tendría la mejora del transporte público en la reducción del tráfico y la contaminación?"

El docente observa y apoya el trabajo en equipo para, al finalizar, abrir el debate acerca de los procedimientos que llevaron a cabo los estudiantes y las destrezas del aprendizaje que pusieron en práctica.

El alumno

A partir de la introducción y a través de las preguntas propuestas por el docente, los estudiantes son incentivados a reflexionar sobre la aplicación de las matemáticas en su comunidad. Esto fomenta la toma de decisiones y la evaluación de información, ya que deben considerar qué datos son necesarios para abordar problemas comunitarios.

Al presentar ejemplos concretos, como el consumo de agua y el presupuesto familiar, los estudiantes trabajan en la resolución de problemas. Se les anima a calcular y proponer estrategias, lo que implica el uso de habilidades matemáticas y pensamiento crítico para analizar situaciones cotidianas.

Resolución de problemas:

En esta fase de la lluvia de ideas, los estudiantes proponen problemas matemáticos que les gustaría abordar, lo que fomenta la creatividad y la iniciativa. Este ejercicio les permite identificar problemas relevantes en su entorno, promoviendo un aprendizaje significativo.

Trabajo de las destrezas del pensamiento:

Al dividirse en equipos, los estudiantes practican la colaboración y la comunicación. Clasifican los problemas según su impacto, dificultad y recursos disponibles, lo que les ayuda a priorizar y tomar decisiones informadas sobre qué problema abordar.

Los equipos crean listas de posibles soluciones matemáticas para el problema elegido. Aquí, los estudiantes trabajan en la comparación y el

	contraste de ideas, evaluando la viabilidad de cada solución y fomentando el pensamiento crítico. Al predecir los resultados de cada solución, los estudiantes desarrollan habilidades de análisis y evaluación. La discusión guiada por el docente sobre las relaciones causales entre el problema y las soluciones propuestas les permite profundizar en su comprensión y aplicar el pensamiento crítico a situaciones complejas. Al finalizar la actividad, el docente abre un debate sobre los procedimientos utilizados y las destrezas aprendidas, lo cual permite a los estudiantes reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje, consolidando las habilidades de autoevaluación y metacognición. A lo largo de la actividad, los estudiantes trabajan en diversas destrezas de pensamiento crítico, incluyendo la resolución de problemas, la toma de decisiones, la clasificación, la comparación y el contraste, así como la predicción y la evaluación de resultados. Estas acciones les ayudarán a aplicar conceptos matemáticos.
--	---

Tabla 7. Actividad 2

Título de la actividad	Definición de seno, coseno y tangente de un ángulo en un triángulo rectángulo. Resolución de problemas
Objetivo didáctico	Comprender y aplicar la definición de las funciones trigonométricas seno, coseno y tangente en el contexto de un triángulo rectángulo.
Contenido:	Funciones trigonométricas
Sesión y duración	Agrupamiento
1 sesión de 50 minutos	Equipos de 3 a 4 estudiantes para fomentar la colaboración y la interacción entre compañeros
1. Procedimiento de la actividad:	
Docente	Activación del pensamiento previo El docente inicia el proceso con un reto o desafío que los estudiantes deben resolver aplicando las funciones trigonométricas (seno, coseno y tangente). Por ejemplo, plantea una situación problemática, como calcular la altura de un edificio conociendo la longitud de la sombra y el ángulo de elevación del sol. Este desafío está diseñado para activar el proceso cognitivo, motivando a los estudiantes a pensar críticamente y formular sus primeras hipótesis. El docente fomenta el debate preguntando a los alumnos cómo abordarían el problema, guiándolos hacia la identificación de las variables importantes: cateto opuesto, cateto adyacente, y la hipotenusa. Presentación del contenido y enseñanza de la destreza de pensamiento: Resolución de problemas Esta introducción favorece que, en la siguiente parte de la clase, el docente pueda explicar los conceptos de las funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente. Posteriormente, el docente instruye que los alumnos se dividan en equipos de 3-4 personas para explorar activamente las relaciones entre los lados y los ángulos de diferentes triángulos rectángulos. Cada grupo recibe diferentes triángulos (con ángulos variados) y se les pide que calculen manualmente el seno, coseno y tangente de esos ángulos. Durante esta fase, el docente actúa como guía, permitiendo que los estudiantes trabajen de forma autónoma, pero asegurando que sigan un proceso de resolución de problemas estructurado. El docente guía la actividad haciendo preguntas clave tales como: "¿Qué sucede cuando el ángulo es de 45 grados?" o "¿Cómo cambia el valor de la tangente cuando

	el ángulo se acerca a 90 grados?" Estas preguntas estimulan la reflexión y la clarificación, dos destrezas esenciales del TBL.
Alumnos	Los estudiantes deben experimentar con los conceptos de seno, coseno y tangente mediante la manipulación de materiales y herramientas (calculadoras, triángulos de papel o software como GeoGebra). Los pasos que siguen son: • Identificación del problema: Los estudiantes discuten en su grupo qué tipo de información se necesita para resolver la pregunta generadora y cómo podrían aplicar las funciones seno, coseno y tangente. • Propuesta de hipótesis: Basándose en su conocimiento previo, los estudiantes hacen conjeturas sobre qué relaciones trigonométricas utilizar (por ejemplo, qué lado del triángulo es el cateto opuesto, cuál es la hipotenusa). • Experimentación: Los estudiantes crean triángulos rectángulos y, con la ayuda de GeoGebra, exploran cómo varían los valores del seno, coseno y tangente a medida que cambian los ángulos del triángulo. Los grupos deben registrar sus resultados y observar patrones. Por ejemplo, a medida que el ángulo aumenta, los valores de seno, coseno y tangente cambian de forma predecible. Esto estimula la inducción, una destreza fundamental del TBL, donde los estudiantes generan conclusiones a partir de datos observados. En la siguiente fase de la actividad, cada equipo comparte sus observaciones y resultados con el resto de la clase, comparando sus hallazgos con otros grupos. Los estudiantes deben justificar sus respuestas y explicar por qué los valores obtenidos tienen sentido dentro del contexto del triángulo rectángulo. Se motiva que los estudiantes evalúen de manera crítica las conclusiones de otros equipos, identificando errores o puntos de mejora. Por ejemplo, si un grupo calcula incorrectamente el seno de un ángulo de 60 grados, otro grupo puede señalar la discrepancia y ayudar a corregir el cálculo. Esta etapa de la discusión permite que los estudiantes se enfrenten a múltiples perspectivas, desarrollando pensamiento analítico y habilidades de resolución de conflictos en un contexto académico. Cada equipo de estudiantes recibe un conjunto de problemas del mundo real en los que deben aplicar las funciones trigonométricas. Los ejemplos incluyen cálculos de altura de objetos inalcanzables, inclinación de rampas y mediciones indirectas. En esta fase, los estudiantes practican la transferencia de conocimientos, aplicando lo aprendido en nuevos contextos. El uso de problemas contextualizados ayuda a que los estudiantes visualicen el valor práctico de las funciones trigonométricas, aumentando su motivación para aprender. Finalmente, los estudiantes son invitados a reflexionar sobre el proceso seguido para resolver los problemas.
Recursos	Calculadoras científicas Triángulos de papel o cartulina Pizarras o cuadernos de trabajo Proyector y software GeoGebra para mostrar gráficamente las funciones trigonométricas

Tabla 8. Actividad 3

Título de la actividad	Identidades fundamentales: relaciones entre seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante
-------------------------------	---

Objetivo didáctico	Comprender y aplicar las identidades fundamentales entre las funciones trigonométricas.
Contenido	Identidades trigonométricas
Sesión y duración	Agrupamiento Equipos de 3 a 4 estudiantes para fomentar la colaboración y la interacción entre compañeros
Docente	1. Procedimiento de la actividad: Activación del conocimiento previo: En la primera parte de esta sesión, el docente puede plantear preguntas que relacionan conceptos conocidos con los nuevos, tales como: • ¿Qué recuerdas sobre las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo? • ¿Cómo se definen las funciones seno, coseno y tangente en un triángulo rectángulo? • ¿Puedes mencionar algún ejemplo práctico donde hayas utilizado estas funciones? Presentación del contenido y enseñanza de la destreza de pensamiento: Toma de decisiones Seguidamente, el docente introduce el tema de las identidades trigonométricas, es decir, en qué consisten y cuál es su uso dentro del conocimiento matemático y las posibles aplicaciones que tiene en la vida real. Posteriormente, divide el salón en grupos de 3 a 4 estudiantes y orienta en cada uno de los grupos una serie de problemas que requiere el uso de identidades trigonométricas fundamentales (relaciones entre seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante) para su resolución. Estos problemas no son de solución directa, sino que requieren que los estudiantes decidan qué pasos seguir y qué identidades aplicar para llegar a la solución de manera eficiente. Al simplificar una expresión trigonométrica o resolver una ecuación, los estudiantes pueden encontrarse con múltiples caminos posibles, como decidir si es más útil aplicar la identidad de secante en lugar de expresar todo en términos de seno y coseno. Por ejemplo, un problema podría ser: <i>"Dada una identidad trigonométrica compleja, como $\sec(\theta) = 1/\cos(\theta)$, decide qué combinación de identidades usar para simplificar una expresión o resolver una ecuación."</i> El docente explica brevemente cómo las identidades trigonométricas conectan diferentes funciones y destacan su utilidad en problemas de simplificación algebraica. El docente puede intervenir para ayudar a los estudiantes a reflexionar sobre sus decisiones y comparar diferentes enfoques entre los grupos. Finalmente, el docente guía la discusión para resaltar las diferentes formas en que los mismos problemas pudieron ser resueltos, demostrando la importancia de la toma de decisiones y el pensamiento estratégico.
	Alumno Ante los estímulos del docente, los estudiantes deben debatir en grupo qué identidad trigonométrica utilizar en cada etapa del problema. No se trata solo de resolver un ejercicio, sino de evaluar las diferentes estrategias disponibles para llegar a la solución más eficiente. Por ejemplo, frente a una ecuación que incluye múltiples funciones trigonométricas, el grupo debe tomar decisiones sobre cómo proceder. Entre las opciones se encuentra:

	• Reescribir todas las funciones en términos de seno y coseno, para simplificar los cálculos. • Aplicar la identidad fundamental $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$ para reducir la expresión. • Usar las identidades recíprocas (como la relación entre secante y coseno) si consideran que eso facilitará la simplificación. Este proceso de decisión fomenta el análisis profundo y permite a los estudiantes desarrollar habilidades para evaluar, seleccionar y justificar diferentes opciones matemáticas, lo que refuerza su capacidad para pensar críticamente. Una vez que cada grupo ha decidido cómo proceder con la resolución del problema, deben justificar su elección. Durante esta fase, los estudiantes no solo solucionan el problema, sino que analizan por qué decidieron utilizar ciertas identidades y no otras, y cómo sus decisiones impactaron el resultado final. Este paso es esencial en la metodología TBL, ya que permite a los estudiantes evaluar no solo la corrección de su respuesta, sino la calidad del proceso de toma de decisiones que los llevó a ella. Aquí es donde las habilidades de pensamiento estratégico y la capacidad de analizar las consecuencias de una decisión se consolidan. Tras la resolución de los problemas, cada grupo explica al resto de la clase qué decisiones tomaron y cómo usaron las identidades trigonométricas.
Recursos	Calculadoras científicas. Hoja de problemas. Pizarras para los grupos. Software GeoGebra (opcional para visualización de identidades).

Tabla 9. Actividad 4

Título de la actividad	Medición de ángulos en grados y radianes
Objetivo didáctico	Comprender la diferencia entre la medición de ángulos en grados y en radianes.
Contenido	Ángulos y triángulos
Sesión y duración	Agrupamiento
1 sesión de 50 minutos.	Equipos de 3 a 4 estudiantes para fomentar la colaboración y la interacción entre compañeros
	1. Procedimiento de la actividad

Docente	Activación de Conocimientos Previos: Para introducir el tema, el docente lanza las siguientes preguntas para conocer el nivel de conocimientos de los estudiantes: • ¿Qué significa medir un ángulo? • ¿Cómo han medido ángulos antes? ¿Qué unidades utilizas? • Sobre grados: • ¿Qué sabes sobre los grados como unidad de medida? • ¿Por qué crees que un círculo tiene 360 grados? • Sobre radianes: • ¿Has oído hablar de los radianes como una forma de medir ángulos? ¿Qué te imaginas que pueden representar? Presentación del contenido y enseñanza de la destreza de pensamiento: Comparar y contrastar El docente comenzará explicando brevemente qué son los grados y los radianes, utilizando ejemplos visuales de circunferencias. Utiliza gráficos de circunferencias para ilustrar ambos conceptos, mostrando que los grados se dividen en 360 partes y que los radianes se relacionan directamente con la longitud del arco de la circunferencia. Explica la equivalencia básica de que $360^\circ = 2\pi$ radianes, destacando la importancia de esta conversión en contextos matemáticos avanzados. A continuación, el docente formulará la pregunta clave para la actividad: ¿Cuáles son las diferencias y similitudes entre medir ángulos en grados y radianes? Esto sirve como introducción para que los estudiantes piensen en los aspectos que diferencian ambas formas de medición. Finalmente, el docente moderará un debate donde se analizarán los resultados. Se destacarán aspectos clave, como la flexibilidad del uso de radianes en matemáticas avanzadas, frente a la intuición que proporcionan los grados en geometría básica.
Alumno	Los estudiantes trabajarán en grupos para realizar una comparación detallada entre las dos unidades de medida. Se les proporcionará una tabla de doble entrada donde deberán listar las características de cada sistema de medición, tales como precisión, facilidad de conversión, utilidad en distintas ramas de la ciencia, entre otras. Cada grupo deberá analizar casos específicos donde ambas medidas son usadas, como en trigonometría básica y en cálculo integral, considerando su aplicación práctica. En esa actividad, los alumnos pueden emplear internet para buscar información y poder identificar las diferencias y similitudes entre grados y radianes en relación con los siguientes aspectos: • Definición formal: Los estudiantes deben identificar la definición precisa de un grado y de un radián, es decir, hallar qué es un grado y qué es un radián. Por ejemplo, un grado es la 360ava parte de un círculo completo, mientras que un radián es el ángulo formado cuando la longitud del arco es igual al radio de la circunferencia. • Aplicaciones en la vida real: En esta parte, los estudiantes deben discutir y listar en qué situaciones cotidianas se utilizan grados (por ejemplo, en ángulos de ingeniería mecánica o en mapas de navegación) y radianes (usualmente en matemáticas avanzadas, como el

	cálculo). ¿Cuándo es más eficiente usar grados y cuándo radianes? • Conversión entre ambos: ¿Cómo se convierten grados a radianes y viceversa? Los estudiantes aplican la fórmula de conversión $\theta(\text{radianes}) = \theta(\text{grados}) \times \pi/180$ y realizan ejemplos prácticos para profundizar su comprensión sobre cómo se convierten entre sí estas dos medidas. • Precisión en contextos matemáticos: Los equipos deben evaluar cuándo es más adecuado utilizar grados y cuándo radianes, destacando que los radianes se usan en cálculos más avanzados debido a su relación con las funciones trigonométricas y el cálculo diferencial. ¿Qué sistema es más adecuado para ciertos cálculos en geometría o cálculo? Cada grupo presentará sus conclusiones en un formato visual (esquema o diagrama de Venn), y se les animará a evaluar cuál unidad de medida consideran más útil en cada contexto matemático. Cada grupo compartirá sus tablas y conclusiones con el resto de la clase.
Recursos	Pizarrón o pantalla para visualización de gráficos. Tablas comparativas impresas. Calculadoras para la conversión de grados a radianes y viceversa. Fichas con ejemplos de problemas que utilicen ambas medidas. Acceso a internet

Tabla 10. Actividad 5

Título de la actividad	Resolviendo Triángulos con funciones trigonométricas: una clasificación práctica
Objetivo didáctico	Aplicar las funciones trigonométricas para resolver triángulos en situaciones reales.
Contenido	Resolución de triángulos
Sesión y duración	Agrupamiento
Sesión 1 de 50 minutos	Equipos de 3 a 4 estudiantes para fomentar la colaboración y la interacción entre compañeros
1. Procedimiento de la actividad:	
Docente	Activación del conocimiento previo: Para introducir el tema de la Resolución de triángulos, el docente podría plantear preguntas como: • ¿Qué elementos conoces que forman parte de un triángulo (lados, ángulos, alturas)? • ¿Qué relación crees que existe entre los lados y los ángulos de un triángulo? • ¿En qué situaciones reales piensas que necesitamos resolver triángulos? • ¿Por qué puede ser útil conocer la longitud de un lado o el tamaño de un ángulo en un triángulo? Presentación del contenido y enseñanza de la destreza de pensamiento: Clasificación En esta actividad el docente busca que los estudiantes desarrollen la habilidad de clasificar triángulos y aplicar el conocimiento trigonométrico de manera práctica. Para ello, seguidamente, explica la importancia de las funciones trigonométricas en la resolución de triángulos. Señala que la clasificación de triángulos es fundamental para elegir el método adecuado

	de resolución. Se presentan los diferentes tipos de triángulos (acutángulo, rectángulo y obtusángulo) y sus características. El docente utiliza un proyector para mostrar imágenes de triángulos y explicar las diferencias en sus ángulos y lados. Seguidamente, divide a los estudiantes en grupos de 3 o 4, asegurando que cada equipo tenga una mezcla de habilidades y conocimientos. Se entregan hojas de trabajo que contienen varios triángulos con medidas de lados y ángulos. Cada hoja tiene espacio para que los grupos clasifiquen y resuelvan los triángulos. El docente explica claramente que cada grupo debe clasificar los triángulos según sus tipos y resolverlos utilizando las funciones trigonométricas correspondientes. Se enfatiza que deben documentar su razonamiento y metodología. Durante el trabajo en equipo, el docente pasa entre los grupos, observando y proporcionando apoyo. Se fomenta la discusión entre los estudiantes y se les pregunta sobre su razonamiento para clasificar los triángulos: • ¿Por qué clasificaron este triángulo como rectángulo? • ¿Qué funciones trigonométricas creen que son útiles para resolver este triángulo? El docente guía la discusión, haciendo preguntas que fomentan el pensamiento crítico: • ¿Hubo alguna clasificación que generara confusión? ¿Por qué? • ¿Qué estrategias encontraron útiles para aplicar las funciones trigonométricas?
Alumno	Luego de reflexionar sobre lo que ya saben sobre triángulos, sus características y aplicaciones prácticas, durante la actividad en equipo, los estudiantes trabajan colaborativamente en la clasificación y resolución de triángulos. Utilizan las hojas de trabajo para identificar los tipos de triángulos y aplicar las funciones trigonométricas correspondientes para resolverlos. Además, documentan su razonamiento y los pasos seguidos, lo que les ayuda a desarrollar habilidades de pensamiento crítico y comunicación. En los grupos, debaten sobre los métodos a emplear, comparten estrategias, resuelven dudas y evalúan sus resultados, enriqueciendo su aprendizaje mediante la interacción con sus compañeros y el apoyo del docente. Finalmente, cada grupo presenta su clasificación y los métodos utilizados para resolver los triángulos.
Recursos	Hojas de trabajo con triángulos para clasificar y resolver. Calculadoras. Proyector (si se presentan ejemplos visuales). Acceso a Padlet

Tabla 11. Actividad 6

Título de la actividad	Explorando las Ondas Trigonométricas: Relación entre Ángulo y Función
Objetivo Didáctico	Comprender y representar gráficamente las funciones seno, coseno y tangente en el plano cartesiano.
Contenido	Representación gráfica
Sesión y duración	Agrupamiento
2 sesiones, 50 minutos por sesión	Equipos de 3 a 4 estudiantes para fomentar la colaboración y la interacción entre compañeros
1. Procedimiento de la actividad:	
Sesión 1:	

Docente	Activación de los conocimientos previos: El docente comienza preguntando a los estudiantes sobre lo que saben acerca de las funciones trigonométricas, estableciendo una conexión con los triángulos rectángulos y cómo el seno, coseno y tangente se relacionan con los ángulos de estos triángulos. Presentación del contenido y enseñanza de la destreza de pensamiento: Relaciones causales Posteriormente, a través de un proyector o una pizarra interactiva, el docente presenta los gráficos de las funciones seno, coseno y tangente, indicando características como: • La periodicidad (cuántas veces se repiten los valores). • Los puntos de intersección con el eje X (donde la función es cero). • Los máximos, mínimos y los puntos de discontinuidad (en el caso de la tangente). El docente introduce la idea de que el valor de las funciones trigonométricas depende directamente del ángulo (causa) y de cómo cambian los valores en función del ángulo (efecto). Se plantean preguntas orientadoras: • ¿Qué ocurre con el valor del seno cuando el ángulo aumenta de 0° a 90°? • ¿Por qué la tangente tiene discontinuidades? Para visualizar las funciones en un entorno gráfico interactivo y comprender la relación entre el ángulo y los valores de las funciones, el docente utiliza la aplicación GeoGebra para mostrar cómo el ángulo (medido en radianes o grados) afecta el valor de las funciones seno, coseno y tangente. A medida que el docente varía el valor del ángulo en la herramienta, los estudiantes pueden observar cómo los puntos en los gráficos de las funciones se mueven en tiempo real. Esto les ayuda a ver claramente la relación causal entre el ángulo (causa) y el valor de la función (efecto). Puede usar preguntas que guíen el pensamiento: • ¿Qué observan cuando el ángulo aumenta de 0 a 90 grados en el gráfico del seno? • ¿Qué pasa con el coseno cuando el ángulo es de 180 grados? • ¿Cómo cambia la tangente cerca de los 90 grados? Seguidamente, el docente ayuda a que los estudiantes identifiquen que cada función trigonométrica tiene un patrón específico que puede ser explicado mediante una relación causal. Entendida esta parte, el docente orienta a los estudiantes a dividirse en equipos de 4 a 5 personas para que trabajen colaborativamente en la representación gráfica de las funciones seno, coseno y tangente. Mientras los estudiantes trabajan, el docente puede pasar entre los equipos para resolver dudas. Se les anima a que, si encuentran dificultades, las discutan entre ellos, ayudando así al desarrollo del trabajo colaborativo.
Alumno	Cada grupo recibe una hoja de trabajo con las instrucciones claras para graficar estas funciones en un plano cartesiano. • Cada grupo debe calcular y graficar los valores de las funciones seno, coseno y tangente para ángulos clave (0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 150°, 180°, 270°, 360°). • En las hojas de trabajo se incluyen espacios donde los estudiantes pueden escribir los valores y hacer los cálculos correspondientes.

	• Una vez obtenidos los valores, los estudiantes deben representarlos en el plano cartesiano, creando una gráfica para cada función. • Los estudiantes deben prestar atención a la relación entre los ángulos y los valores obtenidos, resolviendo las preguntas que el docente lanza como: - ¿Qué patrón observan en la gráfica del seno a medida que el ángulo se incrementa? - ¿Cómo describirían la relación entre los ángulos negativos y los valores del coseno? - ¿Qué sucede con la tangente cuando el ángulo es 90° o 270°? Posterior al trabajo en equipo, cada grupo comparte sus conclusiones sobre los patrones que observaron en sus gráficos y cómo los ángulos afectan a los valores de las funciones trigonométricas.
Sesión 2:	
Docente	El docente presenta el proyecto en el que cada equipo debe crear una presentación visual (puede ser digital o en cartulina) que ilustre las funciones seno, coseno y tangente, incluyendo sus gráficos y explicaciones de las relaciones causales. Durante esta sesión, el docente circula por el aula para brindar apoyo a los grupos que necesiten ayuda técnica o conceptual. El docente recuerda a los estudiantes que deben centrar su análisis en cómo varían los valores de las funciones a medida que el ángulo aumenta o disminuye, y cómo los picos, valles, y puntos de discontinuidad en las gráficas tienen una relación causal con los ángulos.
Alumno	Los estudiantes trabajan en los mismos equipos formados en la primera sesión. Cada grupo se distribuye las tareas según los roles asignados al inicio de la sesión. Los equipos comienzan por crear gráficos detallados de las funciones seno, coseno y tangente en el plano cartesiano. Para ello, pueden basarse en los siguientes recursos: • Herramientas digitales como GeoGebra o aplicaciones gráficas (si realizan una presentación digital). • Hojas cuadriculadas, reglas y marcadores para gráficos manuales (si eligen el formato de póster). Cada grupo debe incluir una explicación escrita que acompañe sus gráficos, enfocándose en las relaciones causales observadas entre los ángulos y los valores de las funciones. Las preguntas orientadoras incluyen: • ¿Cómo afecta un ángulo mayor o menor de 90° al valor del seno? • ¿Por qué la tangente se vuelve indefinida en ciertos ángulos? • ¿Qué relación hay entre el ángulo y los puntos de máximo o mínimo de las funciones seno y coseno? El integrante del equipo que tenga el rol de investigador debe buscar ejemplos de cómo se aplican las funciones trigonométricas en la vida real y esto deberá quedar expresado en la presentación. Cada equipo presenta su proyecto visual ante el resto de la clase, compartiendo sus gráficos y análisis de las funciones trigonométricas, junto con aplicaciones en la vida real. Para ello, disponen de 2 a 3 minutos para exponer su proyecto. El encargado de la presentación explica los gráficos de las funciones y el análisis de las relaciones causales de la siguiente manera. • Mostrar los gráficos de seno, coseno y tangente.

	• Explicar cómo cambian los valores de las funciones conforme aumenta el ángulo. • Compartir el ejemplo de la vida real que investigaron, describiendo cómo la función trigonométrica modela la situación. Tras cada presentación, el docente y alumnos de otros equipos pueden hacer preguntas o solicitar aclaraciones sobre los gráficos y las relaciones causales presentadas. Esto fomenta la participación activa y el pensamiento crítico entre los estudiantes.
Recursos	Hojas de trabajo para graficar funciones. Herramientas digitales (GeoGebra, pizarra interactiva). Materiales para la presentación (cartulinas, marcadores, computadora).

Tabla 12. Actividad 7

Título de la actividad	Relaciones entre los lados y ángulos en triángulos rectángulos: Comprendiendo las partes y el todo
Objetivos	Comprender las relaciones entre los ángulos y los lados de un triángulo rectángulo, incluyendo las funciones trigonométricas (seno, coseno y tangente).
Contenido	Relaciones trigonométricas
Sesión y duración	Agrupamiento
Una sesión de 50 minutos	Equipos de 3 a 4 estudiantes para fomentar la colaboración y la interacción entre compañeros
	1. Procedimiento de la actividad:
Docente	Activación de los conocimientos previos: Para activar los conocimientos previos de los estudiantes sobre el tema de relaciones trigonométricas, es importante conectar conceptos familiares con el nuevo contenido. Para ello, se pueden realizar preguntas como: • ¿Qué recuerdan sobre los triángulos rectángulos y sus características? • ¿Cómo se relacionan los lados y los ángulos en un triángulo rectángulo? • ¿Qué significa el término "relación" en matemáticas? ¿Pueden dar ejemplos? Presentación del contenido y enseñanza de la destreza del pensamiento: Relación entre las partes y el todo El docente introduce la destreza de "Relación entre las partes y el todo" explicando que, en un triángulo rectángulo, las partes (lados y ángulos) están relacionadas y contribuyen a entender el triángulo en su totalidad. Para ello, se repasan los elementos básicos del triángulo rectángulo con una pregunta inicial: ¿Cómo crees que se relacionan los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo para formar un todo? Los estudiantes ofrecen respuestas iniciales que serán profundizadas durante la lección. Partes (Lados): Hipotenusa, cateto opuesto, cateto adyacente. Partes (Ángulos): Ángulo recto (90°), ángulo agudo (θ), y ángulo complementario. El docente repasa las funciones trigonométricas básicas que conectan los lados y ángulos de un triángulo rectángulo:

	○ Seno ($\sin \theta$) = cateto opuesto / hipotenusa. ○ Coseno ($\cos \theta$) = cateto adyacente / hipotenusa. ○ Tangente ($\tan \theta$) = cateto opuesto / cateto adyacente. Para explicar la relación con las partes y el todo, el docente explica que estas funciones permiten ver cómo cada lado (una parte) está relacionado con un ángulo, y cómo los ángulos determinan las proporciones entre los lados. Se pueden usar diagramas visuales del triángulo rectángulo, donde se destacan estas relaciones. Para motivar el debate, el docente puede preguntar ¿Cómo contribuyen las partes (lados y ángulos) a la estructura total del triángulo? Los estudiantes debaten sobre cómo los lados y los ángulos están interrelacionados para mantener la coherencia del triángulo.
Alumno	Cada grupo recibe un conjunto de triángulos rectángulos (dibujos o recortes), una calculadora científica, y hojas de trabajo. Los estudiantes deben usar las funciones trigonométricas para calcular lados o ángulos faltantes en triángulos rectángulos dados. Para cada problema: ● Identifican qué información se les ha dado (uno o dos lados y/o un ángulo). ● Descomponen el triángulo en partes (lados y ángulos) y determinan qué falta. ● Usan las funciones trigonométricas para relacionar las partes y encontrar el valor faltante. Ejemplo de ejercicio: Dado un triángulo con una hipotenusa de 10 cm y un ángulo de 30°, ¿cuál es la longitud de los catetos? Los estudiantes deben descomponer el problema y resolverlo utilizando la función seno y coseno. Los grupos completan una tabla donde analizan cada triángulo y responden: ● ¿Qué parte del triángulo conocías al inicio? ● ¿Qué parte faltaba? ● ¿Cómo pudiste usar lo que sabías para encontrar la parte faltante? Los estudiantes reflexionan sobre cómo las partes individuales se combinan para dar una imagen completa del triángulo.
Recursos	Calculadoras científicas. Triángulos rectángulos dibujados o en recortes. Tablas para completar el análisis de las partes y el todo. Proyector o pizarra interactiva para repasar conceptos.

Tabla 13. Actividad 8

Título de la actividad	Uso de las funciones trigonométricas en la modelización de fenómenos periódicos en la física, la ingeniería y la vida cotidiana
Objetivos	Comprender cómo las funciones trigonométricas (seno, coseno y tangente) modelan fenómenos periódicos.
Sesión y duración	Agrupamiento
2 sesiones de 50 minutos	Equipos de 3 a 4 estudiantes para fomentar la colaboración y la interacción entre compañeros
	1. Procedimiento de la actividad:
	Sesión 1
Docente	Activación de los conocimientos previos:

El docente presenta ejemplos de fenómenos periódicos que ocurren en la física, la ingeniería y la vida cotidiana:

- En física: El movimiento pendular, las ondas sonoras y luminosas.
- En ingeniería: La corriente alterna en los circuitos eléctricos.
- En la vida cotidiana: Ciclos biológicos como los ritmos circadianos y el ciclo de las estaciones.

El docente pregunta a los estudiantes para generar un debate que permita repasar conocimientos previamente adquiridos: ¿Qué tienen en común estos fenómenos?

Presentación del contenido y enseñanza de la destreza del pensamiento: Predicción

Con el debate que se genere, se introduce el concepto de periodicidad, que se caracteriza por la repetición de patrones a intervalos regulares, y cómo se pueden modelar utilizando funciones trigonométricas.

Posterior a esta introducción y el recordatorio del contenido de las funciones trigonométricas, el docente muestra cómo modelar un movimiento ondulatorio (por ejemplo, una onda de sonido) con la función seno:

- $f(x) = A \sin(Bx + C)$, donde:
 - A es la amplitud.
 - B determina el período.
 - C es el desplazamiento de fase.

Para apoyar la explicación se puede utilizar una herramienta como GeoGebra para visualizar cómo cambiar los parámetros que afectan el comportamiento de la onda.

Seguidamente, se presenta el proyecto grupal, donde cada equipo deberá seleccionar un fenómeno periódico (puede ser un fenómeno físico, un fenómeno de ingeniería o uno cotidiano) y modelarlo utilizando las funciones trigonométricas. Los estudiantes dedicarán el resto de la sesión a investigar el fenómeno elegido y luego utilizarán una función trigonométrica para prever su comportamiento en el tiempo.

Ejemplos de proyectos:

- Equipo 1: Modelar el movimiento de un péndulo.
- Equipo 2: Simular las oscilaciones de un recurso.
- Equipo 3: Representar las ondas electromagnéticas.
- Equipo 4: Estudiar los ciclos de las mareas.

Se les pide a los estudiantes que utilicen la función trigonométrica para predecir el comportamiento futuro del fenómeno, explicando cómo la función ayuda a entender su evolución.

Alumno

Cada grupo define los parámetros necesarios (amplitud, período, fase) y cómo la función trigonométrica que elegirán (seno, coseno o tangente) modelará su fenómeno. El docente supervisa y ofrece retroalimentación. Los equipos trabajan en sus modelos matemáticos utilizando las funciones trigonométricas adecuadas. Para ello, pueden apoyarse de aplicaciones como GeoGebra, calculadoras científicas o incluso Excel para visualizar los gráficos y ajustar los parámetros.

A partir del modelo que han construido, los estudiantes predicen cómo evolucionará el fenómeno a lo largo del tiempo o en diferentes condiciones. Por ejemplo:

- ¿Cómo cambiará el movimiento del péndulo si aumentamos su longitud?
-

- ¿Qué ocurre con la onda de sonido si cambiamos su frecuencia?

Cada grupo debe justificar cómo llegaron a su predicción y cómo el uso de las funciones trigonométricas que les permitió obtenerla. Todo ello deberá presentarlo en la siguiente sesión.

Sesión 2:	
Docente	El docente procede a realizar la evaluación de cada equipo que puede ser entre los propios pares quienes deben observar la claridad de la explicación, el uso correcto de las funciones trigonométricas y la justificación de las predicciones.
Alumno	Cada grupo presenta su proyecto al resto de la clase, explicando: 1) El fenómeno elegido; 2) El modelo trigonométrico desarrollado, es decir, cómo construyeron la función y qué parámetros utilizaron; 3) Presentan sus predicciones basadas en el modelo y explican cómo la función trigonométrica les ayudó a prever el comportamiento del fenómeno. Los demás estudiantes pueden hacer preguntas y dar retroalimentación finalizada cada una de las presentaciones.
Recursos	Software de modelización matemática (GeoGebra, Excel). Calculadoras científicas. Proyector o pizarra interactiva para las presentaciones.

Tabla 14. Actividad 9

Título de la actividad	Evaluación Final de Desempeño en Funciones Trigonométricas.
Objetivo	Evaluar la comprensión y aplicación de conceptos y habilidades relacionados con las funciones trigonométricas en contextos prácticos.
Sesión y duración	Agrupamiento
1 sesión de 60 minutos	Individual
Procedimiento de la actividad:	
El docente	El docente explica el propósito de la evaluación final y cómo esta reflejará el aprendizaje adquirido durante el curso. Proporciona un examen que incluye problemas prácticos y situaciones reales relacionadas con funciones trigonométricas (resolución de triángulos, aplicación de identidades trigonométricas, conversión de unidades angulares). Observa y responde dudas relacionadas con la claridad de las instrucciones, sin interferir en la resolución del examen.
El alumno	Resuelve de manera individual el examen, aplicando conocimientos adquiridos. Reflexiona sobre su propio proceso de resolución al finalizar y entrega sus respuestas.

DISCUSIÓN

El Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) ofrece diversas ventajas tanto para los docentes como para los estudiantes. Para los docentes, esta metodología les permite diversificar sus

estrategias de enseñanza, promoviendo un ambiente más dinámico y participativo en el aula. Al implementar el TBL, los profesores pueden observar de manera más efectiva el progreso de sus alumnos y adaptar sus enfoques según las necesidades individuales, lo que resulta en una enseñanza más personalizada (Acuña, 2023). Por otro lado, los estudiantes se benefician al desarrollar habilidades de pensamiento crítico y colaborativo, lo que les ayuda a convertirse en aprendices más autónomos y responsables. Además, al participar activamente en su proceso de aprendizaje, los alumnos tienden a estar más motivados y comprometidos con el contenido, lo que mejora su retención y comprensión (Barbán, 2013).

Otra ventaja significativa del TBL es su enfoque en el aprendizaje activo y colaborativo. Al estructurar el aula en grupos de trabajo, los estudiantes tienen la oportunidad de interactuar y compartir ideas, lo que enriquece su comprensión del contenido (Hernández, 2021). Este ambiente colaborativo no solo promueve la comunicación y el trabajo en equipo, sino que también permite a los alumnos aprender de las perspectivas de sus compañeros. Además, al involucrarse activamente en su propio aprendizaje, los estudiantes tienden a estar más motivados y comprometidos con el material, lo que resulta en una experiencia educativa más significativa.

Así mismo, el TBL facilita la conexión entre el contenido curricular y la vida cotidiana de los estudiantes. Al aplicar conceptos matemáticos, científicos o de cualquier otra área a situaciones reales, los alumnos pueden ver la relevancia de lo que están aprendiendo. Esta conexión no solo aumenta su interés en el aprendizaje, sino que también les ayuda a interiorizar mejor los conceptos, ya que pueden relacionarlos con experiencias prácticas (McGuinness y Swartz, 2014).

No obstante, la aplicación de esta metodología también implica varios desafíos para los docentes, quienes deben enfrentar un cambio de enfoque y capacitarse para implementar esta metodología de manera efectiva. Es importante que las instituciones educativas desde sus direcciones asuman el reto de satisfacer la necesidad de una formación adecuada para los profesores, quienes deben prepararse en la implementación de las técnicas y estrategias del TBL, en tanto, sin una comprensión sólida de cómo aplicar estas herramientas, los docentes pueden sentirse inseguros y, por ende, limitar el potencial de esta metodología en el aula (Lipman, 2008). Swartz et al. (2008) mencionan que otro de los principales retos es la necesidad de integrar de manera efectiva las destrezas de pensamiento en el currículo, lo que requiere una formación adecuada de los docentes para que puedan guiar a los estudiantes en el desarrollo de estas habilidades.

Además, la transición de un enfoque tradicional de enseñanza a uno más centrado en el aprendizaje activo puede generar resistencia tanto en los educadores como en los estudiantes, quienes pueden estar acostumbrados a métodos más convencionales. Este cambio de mentalidad requiere tiempo y esfuerzo, así como un compromiso continuo para superar las barreras iniciales (Larmer y Mergendoller, 2015). Otro desafío significativo del TBL es la gestión del aula durante las actividades colaborativas. Los docentes deben ser capaces de estructurar grupos de trabajo de manera efectiva y garantizar que todos los estudiantes participen activamente en el proceso de aprendizaje. Esto puede ser complicado, especialmente en aulas con un gran número de alumnos o en contextos donde los estudiantes tienen diferentes niveles de habilidad y motivación (Barbán, 2013).

Además, la evaluación del aprendizaje en un entorno TBL puede ser más compleja, ya que implica considerar no solo los resultados finales, sino también el proceso y la colaboración entre los estudiantes. Los docentes deben desarrollar criterios de evaluación claros y justos que reflejen el aprendizaje individual y grupal, lo que puede requerir un esfuerzo adicional en la planificación y ejecución de las actividades (Costa y Kallick, 2008). En resumen, aunque el TBL

ofrece un enfoque prometedor para enriquecer el aprendizaje, su implementación exitosa requiere un compromiso significativo por parte de los educadores, así como un apoyo institucional adecuado para superar estos desafíos.

Entre las investigaciones recientes que sobresalen porque evidencian una propuesta de implementación exitosa del enfoque del Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) se encuentra la realizada en Malasia por Tajudin et al. (2019) "Aprendizaje Basado en el Pensamiento Module For Enhancing 21st Century Skills". Su artículo aborda el desarrollo de un módulo de aprendizaje basado en el pensamiento (TBL) para mejorar las habilidades de pensamiento crítico y creativo en estudiantes de secundaria, centrándose en el tema de expresiones algebraicas. A través de una metodología de investigación de diseño y desarrollo (DDR) basada en el modelo ADDIE y el modelo de Kemp, Morrison y Ross, se logró validar la efectividad del módulo con la participación de tres expertos en educación matemática y 34 formadores de profesores de matemáticas.

Para el presente trabajo, sobresale la investigación desarrollada en Madrid por Barbán (2013), cuyo objetivo fundamental fue analizar cómo la implementación del Aprendizaje Basado en el Pensamiento influye en el desarrollo de capacidades científicas en los alumnos, utilizando como marco teórico las ideas de Robert Swartz (tutor de esta investigación) sobre la enseñanza de diferentes tipos de pensamiento (análisis, crítico y creativo). La metodología empleada se basa en la planificación de unidades didácticas de infusión, donde se exponen los contenidos, destrezas de pensamiento y actividades de TBL a desarrollar en cada lección. Los resultados obtenidos permitieron concluir que la infusión de destrezas de pensamiento en la enseñanza de contenidos curriculares contribuye significativamente al desarrollo de habilidades científicas en los estudiantes, demostrando mejoras en su capacidad para razonar, analizar y tomar decisiones fundamentadas en el ámbito científico.

Por su parte, más recientemente se encuentran los autores Silvestre y Senabre (2021), quienes abordan como objetivo principal introducir una nueva metodología de trabajo basada en el Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) y adaptar las rutinas de pensamiento para la resolución de problemas matemáticos, con el fin de promover la competencia matemática en los estudiantes de Educación Primaria. Los autores diseñaron una propuesta de intervención con sesiones específicas para el aula de segundo de Educación Primaria, donde se aplicaron las rutinas de pensamiento y el enfoque TBL. Los participantes de este estudio fueron los alumnos de dicho curso, quienes fueron expuestos a esta nueva metodología durante las sesiones planificadas.

En el trabajo de Vidal (2018) se evidencia un caso de implementación exitosa de la metodología del TBL en la solución de un problema educativo. El proyecto consistió en la incorporación de la metodología TBL en el aula de Tecnología e Informática, con el objetivo de mejorar el pensamiento abstracto y el aprendizaje de conceptos en los estudiantes. La metodología se centra en promover la motivación de los alumnos a través de situaciones contextualizadas y la combinación de distintas herramientas docentes. En este trabajo participaron docentes y alumnos de Tecnología e Informática, quienes fueron sometidos a diversas actividades y evaluaciones para medir el impacto de la metodología TBL en su aprendizaje. A través de un análisis previo del contexto docente y la formación del profesorado en TBL, se establecieron las bases para una implementación efectiva.

En Argentina, se destaca el trabajo de Hernández (2021) que, aunque no responde exactamente al presente objeto de estudio sí aborda el impacto del TBL en los procesos de aprendizaje de estudiantes de Secundaria. El objetivo principal del estudio fue analizar el impacto del uso de dispositivos móviles y del enfoque de aprendizaje basado en pensamiento en el rendimiento

académico de los estudiantes. La investigación, de tipo experimental, contó con la participación de 133 alumnos de entre 16 y 19 años, seleccionados de siete cursos de cinco escuelas públicas de la zona sur de la provincia, pertenecientes a diferentes niveles de riesgo pedagógico. Los resultados del estudio mostraron diferencias significativas en el desempeño académico de los estudiantes antes y después de la intervención, evidenciando un impacto positivo de las estrategias como el Aprendizaje Basado en Pensamiento.

CONCLUSIONES

El análisis del modelo de Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) demostró que esta metodología ofrece herramientas efectivas para fomentar habilidades como el análisis, la evaluación y la síntesis, esenciales en el estudio de funciones trigonométricas. Su énfasis en el pensamiento crítico, el aprendizaje activo y el trabajo en contextos reales resulta especialmente adecuado para superar las barreras identificadas en el primer objetivo específico, promoviendo un aprendizaje más profundo y significativo.

Las actividades diseñadas con TBL integraron estrategias que facilitaron la conexión entre teoría y práctica, como el uso de problemas contextualizados, herramientas tecnológicas para la visualización y dinámicas de trabajo colaborativo. Estas propuestas buscan no solo reforzar la comprensión conceptual de las funciones trigonométricas, sino también desarrollar competencias transversales como la resolución de problemas y la comunicación matemática.

La propuesta de intervención didáctica utilizando la metodología TBL demuestra ser una solución viable y eficaz para mejorar el aprendizaje de las funciones trigonométricas en los estudiantes de 4° de la ESO. Al combinar un enfoque centrado en el pensamiento crítico con actividades prácticas y colaborativas, se logra no solo facilitar la comprensión de los contenidos, sino también motivar a los estudiantes y prepararlos para enfrentar desafíos educativos y profesionales en un contexto globalizado. Este enfoque tiene el potencial de transformar la enseñanza de las matemáticas, promoviendo un aprendizaje más integral y significativo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acuña, V. A. (2023). *Thinking based learning and speaking skill*. Universidad Técnica de Ambato.
- Aguilar, M., Aragón, E., y Navarro, J. I. (2015). Las dificultades de aprendizaje de las matemáticas (DAM). Estado del arte. *Revista de Psicología y Educación*, 10(2), 13-42.
- Ariza, E., y Echavarría, D. (2019). Pensamiento Matemático: Más allá de los Números. En J. Mizuno, *Investigación Educativa desde el Caribe Colombiano* (pp. 106–121). Editorial Universidad del Norte. <http://hdl.handle.net/10584/880>
- Arriaga, E. A., Arriaga, E. J., y Arriaga, S. M. (2020). Estrategias que utilizan los docentes para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes universitarios. *Social Innova Sciences*, 2(1), 52-64.
- Barbán, V. (2013). *Efectos del Aprendizaje Basado en el Pensamiento (TBL) en la Enseñanza de las Ciencias Naturales: Implicaciones para la Formación del Profesorado*. Universidad Autónoma de Madrid.
- Chavarría, G. (2014). Dificultades en el aprendizaje de problemas que se modelan con ecuaciones lineales: El caso de estudiantes de octavo nivel de un colegio de Heredia. *Uniciencia*, 28(2), 15-44.

- Delima, N., Rahmah, M., y Akbar, A. (2018). The analysis of students' mathematical thinking based on their mathematics self-concept. *Journal of Physics: Conference Series*, 1108. doi:doi :10.1088/1742-6596/1108/1/012104
- Elizondo, C. (2017). *Enriquecimiento para todo el alumnado. ¿Cómo enseñar y aprender a pensar?* <https://coralelizondo.wordpress.com/wp-content/uploads/2020/02/cultura-del-pensamiento.-coral-elizondo.pdf>
- Feria, E. (2019). *Diseño de una estrategia didáctica en contribución al aprendizaje de las identidades trigonométricas mediadas por la tecnología para favorecer su aprendizaje crítico significativo (Tesis de Maestría)*. UNAL.
- Hernández, D. I. (2021). *Aprendizaje basado en pensamiento y mobile learning en escuelas secundarias vulnerables*. Universidad Católica Argentina.
- Larmer, J., Mergendoller, J., y Boss, S. (2015). *Setting the Standard for Project Based Learning: A Proven Approach to Rigorous Classroom Instruction*. ASCD, Alexandria.
- Lipman, M. (2008). *A life Teaching Thinking* . IAPC.
- Martí, A. (2022). Método de estudio del alumnado de FLE (actitudes, estrategias y técnicas) El Aprendizaje Basado en el Pensamiento (ABP) como solución. *Human Review*, 1-14. doi: <https://doi.org/10.37467/revhuman.v11.4065>
- McGuinness, C., y Swartz, R. (2014). *Developing and Assessing Thinking Skills: The International Baccalaureate Project. Final Report Part 1: Literature Review and Evaluation Framework*. The Hague: International Baccalaureate Organisation.
- Meza, L. G., Suárez, Z., Agüero, E., Jiménez, R., Calderón, M., Sancho, L., y Patricia Pérez, J. M. (2023). Estudio de la predisposición desfavorable hacia el aprendizaje de la matemática en la educación media de Costa Rica. *Revista Comunicación*, 32(2).
- Perkins, D. (2008). *La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. Gedisa.
- Purnomo, D., Bakti, S., Sulistyorini, Y., y Napfiah, S. (2021). Análisis de la capacidad de pensamiento de los estudiantes en función del estilo de aprendizaje cognitivo. *Revista Anatolia de Educación*, 6(2), 13-26.
- Silvestre, P., y Senabre, P. (2021). Enseñar A Pensar Desde El Área De Las Matemáticas Para La Comprensión Y Resolución De Problemas Matemáticos Propuesta De Intervención En Educación Primaria. *Crónica*(6), 47-57.
- Socas, M. (1997). La educación matemática en la enseñanza secundaria. Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico, La educación matemática en la enseñanza secundaria (pp. 125- 152). Editorial Horsori.
- Swartz, R. (2018). Pensar para aprender: Cómo transformar el aprendizaje en el aula con el TBL. Biblioteca Innovación Educativa.
- Tajudin, N. M., Zamzamir, Z., y Othman, R. (2019). A Aprendizaje Basado en el Pensamiento Module For Enhancing 21st Century Skills. *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE)*, 8(6S4), 397-401.

- Velásquez, D. (2022). *Diseño e implementación de guía interactiva para el aprendizaje de las razones trigonométricas en el grado 10° de la Institución Educativa Técnica Juan Carlos Barragán Troncoso*. <https://hdl.handle.net/11227/16413>
- Vidal, C. J. (2018). *Proyecto de Innovación: Implementación de la metodología Thinking Based Learning (TBL) en el aula de Tecnología*. Universidad de Zaragoza.